**十年（**2014**－**2023**）年高考真题分项汇编—数列小题**

**目录**

[**题型一：数列的概念与通项公式** 1](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc7254)

[**题型二：等差数列 8**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc10177)

[**题型三：等比数列 12**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc14635)

[**题型四：等差与等比数列综合 17**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc14635)

[**题型五：数列的求和 19**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc7254)

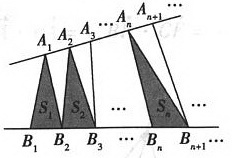
[**题型六：数列与数学文化 22**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc10177)

[**题型七：数列的综合应用 26**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc7254)

# 题型一：数列的概念与通项公式

**一、选择题**

1．(2016高考数学浙江理科·第6题)如图，点列分别在某锐角的两边上，且，(表示点与不重合)．若，为的面积，则 (　　)

 (　　)

A．是等差数列 B．是等差数列 C．是等差数列 D．是等差数列

**【答案】**A

【命题意图】本题考查等差数列的概念、平行线的性质等基础知识，意在考查学生分析问题和解决问题的能力．

解析：不妨设，过点，分别作直线的垂线，高线分别记为，根据平行线的性质，所以成等差数列，又，所以是等差数列．故选A．

2．(2019·浙江·第10题)已知，，数列满足，，，则 (　　)

A．当时， B．当时，

C．当时， D．当时，

【答案】A

【解析】解法一：对于B，由，得．取，则，所以，不合题意；

对于C，由，得或．取，则，所以，不合题意；

对于D，由，得．取，则，所以，不合题意．

对于A，，，，，递增，当时，，，迭乘法得，，A正确．故选A．

解法二:借助图形

其中选项中均含有不动点，由于的不确定性，故都不能说明．故选A．

3．(2017年高考数学新课标Ⅰ卷理科·第12题)几位大学生响应国家的创业号召,开发了一款应用软件．为激发大家学习数学的兴趣,他们推出了“解数学题获取软件激活码”的活动．这款软件的激活码为下面数学问题的答案:已知数列1,1,2,1,2,4,1,2,4,8,1,2,4,8,16,,其中第一项是,接下来的两项是,,再接下来的三项是,,,依此类推．求满足如下条件的最小整数:且该数列的前项和为的整数幂．那么该款软件的激活码是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**A 【解析】解法一:本题考查了等比数列的求和,不等式以及逻辑推理能力． 不妨设(其中)则有,因为,所以 由等比数列的前项和公式可得 因为,所以 所以即,因为 所以,故 所以,从而有,因为,所以,当时,,不合题意 当时,,故满足题意的的最小值为． 解题关键:本题关键在于利用不等式的知识得出． 解法二:将数列的前项按照分组,不妨设这样的分组共有组不满足此特点的单独为一组,则,从而数列的前项的和为: 所以若使数列的前项和为的整数幂,则必存在正整数,使得,即 又,所以,所以,所以,所以 当时,,此时,所以的可能值为,经验证均不符合题意,当负结合选项也可知道不合题意,直接排除掉的可能性 当时,,此时,结合选项特点可知:,故选A． 事实上验证:或或或或或 只有成立． 点评:此题就是分组和以及和与结论中隐藏的整除性问题,通过构建的不等式限定的可能值,进而求出最小值,还好选项提供的数据减少,很好验证操作． 解法三:检验法 由于这是选择题,为求最小值,从最小的开始检验 选项D:若,由,知第项排在第14行,第19个  由是奇数知不能写成整数幂; 选项C:若,由知,第项排在第21行,第10个 是大于1的奇数,不能写成整数幂; 选项B,若,由知第项排在第26行,第个 ,同理,不能写成整数幂; 选项A时,当时,由,可解出 所以这前和为:,符合题意,故选A． 解法四:直接法 由能写成的整数幂可知,,,且由知,故满足条件的的最小值为,得,此时． 解法五:二进制转化法 按照上面形式重新排列后,第层:,的和为 把每一层的和的二时制数重新排列(低位对齐)第1层: 1 第2层: 11 第3层: 111 第层: 1111 由于的数幂的二进制数为:,前层的和再加多少可以写成的整数幂? 为方便相加,首先,每层都加,则总共加了,得: 第1层: 10 第2层: 100 第3层: 1000 第层: 1000 此时层总的和为:,仍然不是的整数幂,再加上即可! 所以在前层总和的基础上,再加上可使和成为的整数幂 设第层的前个数的和为,即 后面的方法同“解法四”． 【考点】等差数列、等比数列的求和． 【点评】本题非常巧妙的将实际问题和数列融合在一起,首先需要读懂题目所表达的具体含义,以及观察所给定数列的特征,进而判断出该数列的通项和求和．另外,本题的难点在于数列里面套数列,第一个数列的和又作为下一个数列的通项,而且最后几项并不能放在一个数列中,需要进行判断．

4．(2016高考数学课标Ⅲ卷理科·第12题)定义“规范01数列”如下:共有项,其中项为项为1,且对任意,中0的个数不少于1的个数.若,则不同的“规范01数列”共有 (　　)

A．18个 B．16个 C．14个 D．12个

**【答案】**C

【解析】由题意,得必有,,则具体的排法列表如图所示,共14个,故选C.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 |

5．(2021年高考浙江卷·第10题)已知数列满足．记数列的前*n*项和为，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**A

解析:因为，所以，．

由

，即

根据累加法可得，，当且仅当时取等号，

，当且仅当时取等号，

所以，即．

故选A．

**二、填空题**

1．(2022高考北京卷·第15题) 己知数列各项均为正数，其前*n*项和满足．给出下列四个结论：

①的第2项小于3； ②为等比数列；

③为递减数列； ④中存在小于的项．

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**①③④

解析:由题意可知，，，

当时，，可得；

当时，由可得，两式作差可得，

所以，，则，整理可得，

因为，解得，①对；

假设数列为等比数列，设其公比为，则，即，

所以，，可得，解得，不合乎题意，

故数列不等比数列，②错；

当时，，可得，所以，数列为递减数列，③对；

假设对任意，，则，

所以，，与假设矛盾，假设不成立，④对．

故答案为：①③④．

2．(2015高考数学新课标2理科·第16题) 设是数列的前项和，且，，则\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：由已知得，两边同时除以，得，故数列是以为首项，为公差的等差数列，则，所以．

考点：等差数列和递推关系．

3．(2017年高考数学上海（文理科）·第14题) 已知数列和,其中,,的项是互不相等的正整数,若对于任意,的第项等于的第项,则\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**2

【解析】．

4．(2016高考数学浙江理科·第13题) 设数列的前项和为．若，则 ， ．

**【答案】** 

【命题意图】本题主要考查等比数列的概念、通项公式，通项与前项和之间的关系等知识，意在考查学生的运算求解能力、分析问题和解决问题的能力．

解析：由于，解得，由得，所以，

所以是以为首项，以为公比的等比数列，所以，即，所以．

# 题型二：等差数列

**一、选择题**

1．(2020北京高考·第8题)在等差数列中，，．记，则数列 (　　)．

A．有最大项，有最小项 B．有最大项，无最小项

C．无最大项，有最小项 D．无最大项，无最小项

**【答案】**B

【解析】由题意可知，等差数列的公差，

则其通项公式为：，

注意到，且由可知，

由可知数列不存在最小项，

由于，

故数列中的正项只有有限项：，．故数列中存在最大项，且最大项为．

故选：B．

2．(2019·全国Ⅰ·理·第9题)记为等差数列的前项和．已知，，则 (　　)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *A*． | *B*． | *C*． | *D*． |

**【答案】**A

解析：，

所以，故选A．

3．(2018年高考数学课标卷Ⅰ(理)·第4题)记为等差数列的前项和，,．则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**B

解析：∵为等差数列的前项和，，，∴，把，代入得∴，故选B．

4．设是等差数列，，，则这个数列的前6项和等于 (　　)

Ａ．12 Ｂ．24 Ｃ．36 Ｄ．48

**【答案】**B

解：是等差数列， ∴ ，则这个数列的前6项和等于，选B．

5．(2016高考数学课标Ⅰ卷理科·第3题)已知等差数列前9项的和为27，，则 (　　)

A100 B99 C98 D97

**【答案】**C【解析】由等差数列性质可知：，故，而，因此公差∴．故选C．

6．(2014高考数学福建理科·第3题)等差数列的前n项和为，若，则等于 (　　)

A．8 B．10 C．12 D．14

**【答案】**解析：由题意可得，解得，∴公差，

，故选：C．

7．(2015高考数学重庆理科·第2题)在等差数列中，若，，则 (　　)

A． B．0 C．1 D．6

**【答案】**B

解析：由等差数列的性质得，选B．

8．(2015高考数学北京理科·第6题)设是等差数列．下列结论中正确的是 (　　)

A．若，则 B．若，则

C．若，则 D．若，则

**【答案】**C

解析：先分析四个答案支，A举一反例，而，A错误，B举同样反例，，而，B错误，下面针对C进行研究，是等差数列，若，则设公差为，则，数列各项均为正，由于，则，故选C．

9．(2017年高考数学新课标Ⅰ卷理科·第4题)记学科网 版权所有为等差数列学科网 版权所有的前学科网 版权所有项和．若学科网 版权所有,学科网 版权所有,则学科网 版权所有的公差为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】** C 【解析】设公差为学科网 版权所有,学科网 版权所有,学科网 版权所有,联立学科网 版权所有解得学科网 版权所有,故选C． 秒杀解析:因为学科网 版权所有,即学科网 版权所有,则学科网 版权所有,即学科网 版权所有,解得学科网 版权所有,故选C． 【考点】等差数列的基本量求解 【点评】求解等差数列基本量问题时,要多多使用等差数列的性质,如学科网 版权所有为等差数列,若学科网 版权所有,则学科网 版权所有．

10．(2014高考数学辽宁理科·第8题)设等差数列的公差为d，若数列为递减数列，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**C

解析：根据题意可得

∵数列为递减数列,∴，．

解析**2 ：**由数列为递减数列,根据指数函数的性质，知，得，或，当时，，所以，，当时，，所以，综上：．

二、填空题

1．(2019·全国Ⅲ·理·第14题) 记为等差数列{*an*}的前*n*项和，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】4．

【解析】因，所以，即，所以．

【点评】本题主要考查等差数列的性质、基本量的计算．渗透了数学运算素养．使用转化思想得出答案．

2．(2019·江苏·第8题) 已知数列是等差数列，是其前*n*项和.若，则的值是 .

【答案】16

【解析】由，得，从而，即，解得，所以.

3．(2019·北京·理·第10题) 设等差数列的前*n*项和为，若*a*2=−3，*S*5=−10，则*a*5=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，*Sn*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 (1) 0； (2) -10．

【解析】等差数列中，，得，则公差，

∴，

由等差数列的性质得时，，当时，大于0，所以的最小值为或，值为．

4．(2018年高考数学上海·第6题) 记等差数列的前项和为．若，，则 ．

**【答案】**14

解析：，，，，．

5．(2018年高考数学北京（理）·第9题) 设是等差数列，且，，则的通项公式为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：，∴，

∴．

6．(2014高考数学北京理科·第12题) 若等差数列满足 ,  , 则当= 时, 的前项和最大．

**【答案】**8

解析：，，，

∴时，数列的前n项和最大．

7．(2015高考数学陕西理科·第13题) 中位数1010的一组数构成等差数列，其末项为2015，则该数列的首项为 ．

**【答案】**

解析：设数列的首项为，则，所以，故该数列的首项为，所以答案应填：．

8．(2015高考数学广东理科·第10题) 在等差数列{}中，若，则= ．

**【答案】**10

解析：因为是等差数列，所以，

，即，故应填入10

9．(2016高考数学江苏文理科·第8题) 已知是等差数列，是其前项和．若，，则的值是 ．

**【答案】**．

解析：设公差为，则由题意可得，，解得，，则．

10．(2016高考数学北京理科·第12题) 已知为等差数列， 为其前项和，若，则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：∵∴，∵，∴，∴．

# 题型三：等比数列

**一、选择题**

1．(2023年天津卷·第6题)已知为等比数列，为数列的前项和，，则的值为 (　　)

A．3 B．18 C．54 D．152

**【答案】**C

解析：由题意可得：当时，，即， ①

当时，，即， ②

联立①②可得，则．

故选：C．

2．(2023年新课标全国Ⅱ卷·第8题)记为等比数列的前*n*项和，若，，则 (　　)．

A．120 B．85 C． D．

**【答案】**C

解析：方法一：设等比数列的公比为，首项为，

若，则，与题意不符，所以；

由，可得，，①，

由①可得，，解得：，

所以．

故选：C．

方法二：设等比数列的公比为，

因为，，所以，否则，

从而，成等比数列，

所以有，，解得：或，

当时，，即为，

易知，，即；

当时，，

与矛盾，舍去．

故选：C．

3．(2023年全国甲卷理科·第5题)设等比数列的各项均为正数，前*n*项和，若，，则 (　　)

A． B． C．15 D．40

**【答案】**C

解析：由题知,

即,即,即．

由题知,所以．

所以．

故选:C．

4．(2022年高考全国乙卷数学(理)·第8题)已知等比数列的前3项和为168，，则 (　　)

A．14 B．12 C．6 D．3

**【答案】**D

解析：设等比数列的公比为，

若，则，与题意矛盾，

所以，

则，解得，

所以．故选：D．

5．(2019·全国Ⅲ·理·第5题)已知各项均为正数的等比数列的前4项和为15，且，则 (　　)

A．16 B．8 C．4 D．2

【答案】C

【解析】设正数的等比数列的公比为，则，解得，，故选C．

另解：数感好的话由，立即会想到数列：，检验是否满足，可以迅速得出．

【点评】在数列相关问题中，用基本量的通性通法是最重要的，当然适当积累一些常见数列，对解题大有裨益．

6．(2018年高考数学浙江卷·第10题)已知成等比数列，且，若，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**B

解析：由的结构，想到对数放缩最常用公式，

所以，得到，于是公比．

若，则，

而，即，矛盾，

所以，于是，故选B．

7．(2014高考数学重庆理科·第2题)对任意等比数列,下列说法一定正确的是 (　　)

A．成等比数列 B．成等比数列

C．成等比数列 D．成等比数列

**【答案】**D

解析：根据等比数列中等比中项的性质可得，如果数列为等比数列，即若则有

8．(2015高考数学新课标2理科·第4题)已知等比数列满足，，则 (　　)

A．21 B．42 C．63 D．84

**【答案】**B

解析：设等比数列公比为，则，又因为，所以，解得，所以，故选B．

9．(2015高考数学湖北理科·第5题)设，．若：成等比数列；：，则 (　　)

A．是的充分条件，但不是的必要条件

B．是的必要条件，但不是的充分条件

C．是的充分必要条件

D．既不是的充分条件，也不是的必要条件

**【答案】**A

解析：对命题p：成等比数列，则公比且；

对命题，①当时，成立；

②当时，根据柯西不等式，等式成立，

则，所以成等比数列，

所以是的充分条件，但不是的必要条件．

**二、填空题**

1．(2023年全国乙卷理科·第15题) 已知为等比数列，，，则\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：设的公比为，则，显然，

则，即，则，因为，则，

则，则，则，

故答案为：．

2．(2019·全国Ⅰ·理·第14题) 记为等比数列的前项和．若，，则 ．

**【答案】**

解析：由，得，所以，又因为，所以，．

3．(2014高考数学广东理科·第13题) 若等比数列的各项均为正数，且，则



**【答案】**．

解析：由等比数列的性质得，．依题意有，运用对数的运算可得所求等式左边

4．(2014高考数学江苏·第7题) 在各项均为正数的等比数列中，，则的值是 ．

**【答案】**4

解析：设公比为，因为，则由得，，解得或(舍)，所以．

5．(2015高考数学安徽理科·第14题) 已知数列是递增的等比数列，，则数列的前项和等于 ．

**【答案】**

解析：由题意，，解得或者，而数列是递增的等比数列，所以，即，所以，因而数列的前项和

．

6．(2017年高考数学课标Ⅲ卷理科·第14题) 设等比数列满足,，则 ．

**【答案】**

**【解析】**设等比数列的公比为，则依题意有，解得

所以．

7．(2017年高考数学江苏文理科·第9题) 等比数列学科网 版权所有的各项均为实数,其前学科网 版权所有项的和为学科网 版权所有,已知学科网 版权所有,则学科网 版权所有=\_\_\_\_．

**【答案】** 32 解析:当学科网 版权所有时,显然不符合题意; 当学科网 版权所有时,学科网 版权所有,解得学科网 版权所有,则学科网 版权所有． 【考点】等比数列通项 【点评】在解决等差、等比数列的运算问题时,有两个处理思路,一是利用基本量,将多元问题简化为一元问题,虽有一定量的运算,但思路简洁,目标明确;二是利用等差、等比数列的性质,性质是两种数列基本规律的深刻体现,是解决等差、等比数列问题既快捷又方便的工具,应有意识地去应用．但在应用性质时要注意性质的前提条件,有时需要进行适当变形． 在解决等差、等比数列的运算问题时,经常采用“巧用性质、整体考虑、减少运算量”的方法．

8．(2016高考数学课标Ⅰ卷理科·第15题) 设等比数列满足，，则的最大值为 ．

**【答案】**64

【解析】由于是等比数列，设，其中是首项，是公比．

∴，解得：．

故，∴

当或时，取到最小值，此时取到最大值．

所以的最大值为64．

# 题型四：等差与等比数列综合

**一、选择题**

1．(2015高考数学浙江理科·第3题)已知是等差数列，公差不为零，前项和是，若，，成等比数列，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**B．

解析：∵等差数列，，，成等比数列，∴，

∴，∴，，故选B．

2．(2017年高考数学课标Ⅲ卷理科·第9题)等差数列的首项为，公差不为．若成等比数列，则前项的和为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】** A

**【解析】**数列的首项，设公差为，则由成等比数列可得，所以，即，整理可得，因为，所以，所以，故选A．

**【考点】**等差数列求和公式；等差数列基本量的计算

**【点评】**(1)等差数列的通项公式及前*n*项和公式共涉及五个量*a*1，*an*，*d*，*n*，*Sn*，知其中三个就能求另外两个，体现了用方程的思想解决问题．(2)数列的通项公式和前*n*项和公式在解题中起到变量代换作用，而*a*1和*d*是等差数列的两个基本量，用它们表示已知和未知是常用方法．

**二、填空题**

3．(2014高考数学天津理科·第11题) 设是首项为,公差为的等差数列,为其前项和．若成等比数列,则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**解析:由已知得,即,解得．

4．(2014高考数学安徽理科·第12题) 数列是等差数列，若构成公比为的等比数列，则 ．

**【答案】**1

解析：设数列的公差为，由题意可得，

即，所以，所以．

5．(2015高考数学湖南理科·第14题)设为等比数列的前项和．若，且，，成等差数列，则 ．

**【答案】**．

分析：∵，，成等差数列，∴，

又∵等比数列，∴．

考点：等差数列与等比数列的性质．

【名师点睛】本题主要考查等差与等比数列的性质，属于容易题，在解题过程中，需要建立关于等比数列基本量的方程即可求解，考查学生等价转化的思想与方程思想．

6．(2017年高考数学北京理科·第10题)若等差数列学科网 版权所有和等比数列学科网 版权所有满足,,则学科网 版权所有\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

【解析】设等差数列的公差和等比数列的公比为学科网 版权所有和学科网 版权所有,学科网 版权所有,求得学科网 版权所有,那么学科网 版权所有．

【考点】等差数列和等比数列

【点评】在等差、等比数列中,各有五个基本量,两组基本公式,而这两组公式可看作多元方程,利用这些方程可将等差、等比数列中的运算问题转化解关于基本量的方程(组),因此数列中的绝大部分运算题可看作方程应用题,用方程思想解决数列问题是一种行之有效的方法．

7．(2020江苏高考·第11题)设是公差为的等差数列，是公比为的等比数列．已知数列的前项和，则的值是\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】设等差数列的公差为，等比数列的公比为，根据题意．

等差数列的前项和公式为，

等比数列的前项和公式为，

依题意，即，

通过对比系数可知，故．故答案为：

# 题型五：数列的求和

**一、选择题**

1．(2014高考数学大纲理科·第10题)等比数列中，，则数列的前8项和等于 (　　)

A．6 B．5 C．4 D．3

**【答案】**C

解析：依题意可得，所以，所以，所以数列为等差数列，从而所求的前8项和为，故选C．

2．(2020年高考课标Ⅱ卷理科·第6题)数列中，，，若，则 (　　)

A．2 B．3 C．4 D．5

**【答案】**C

解析：在等式中，令，可得，，

所以，数列是以为首项，以为公比的等比数列，则，

，

，则，解得．

故选：C．

【点睛】本题考查利用等比数列求和求参数的值，解答的关键就是求出数列的通项公式，考查计算能力，属于中等题．

**二、填空题**

1．(2020年浙江省高考数学试卷·第11题) 已知数列{*an*}满足，则*S*3=\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**10

解析：因为，所以．

即．

2．(2020年新高考全国卷Ⅱ数学（海南）·第15题) 将数列{2*n*–1}与{3*n*–2}的公共项从小到大排列得到数列{*an*}，则{*an*}的前*n*项和为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：因为数列是以1为首项，以2为公差的等差数列，

数列是以1首项，以3为公差的等差数列，

所以这两个数列的公共项所构成的新数列是以1为首项，以6为公差的等差数列，

所以的前项和为，

故答案为：．

3．(2019·上海·第8题)已知数列前*n*项和为，且满足，则\_\_\_\_\_\_.

**【答案】**

【解析】由得：()

**【点评】**本题主要考查数列求和，的递推式．

∴ 为等比数列，且，，∴ .

4．(2018年高考数学课标卷Ⅰ(理)·第14题)记为数列的前项和．若,则 ．

**【答案】**

解析：为数列的前项和．若，①

当时，，解得，

当时，，②，

由①﹣②可得，

∴，

∴是以为首项，以2为公比的等比数列，

∴．

5．(2015高考数学江苏文理·第14题)设向量  ()，则的值为\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析： akak+1





因为的周期皆为，一个周期的和皆为零，

因此(akak+1)

6．(2015高考数学江苏文理·第11题)设数列满足，且(), 则数列前10项的和为\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：由题意得：

所以

7．(2017年高考数学课标Ⅱ卷理科·第15题)等差数列的前项和为，，，则 ．

**【答案】**学科网 版权所有

【解析】设等差数列的首项为学科网 版权所有，公差为学科网 版权所有，

由题意有：学科网 版权所有 ，解得学科网 版权所有 ，

数列的前n项和学科网 版权所有，

裂项有：学科网 版权所有，据此：

学科网 版权所有 。

8．(2016高考数学上海理科·第11题)无穷数列由个不同的数组成，为的前项和．若对任意，，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**4

解析：要满足，说明的最大值为，最小值为所以涉及最多的项的数列可以为，所以最多由4个不同的数组成．

# 题型六：数列与数学文化

一、选择题

1．(2020年高考课标Ⅱ卷理科·第0题)北京天坛的圜丘坛为古代祭天的场所，分上、中、下三层，上层中心有一块圆形石板(称为天心石)，环绕天心石砌9块扇面形石板构成第一环，向外每环依次增加9块，下一层的第一环比上一层的最后一环多9块，向外每环依次也增加9块，已知每层环数相同，且下层比中层多729块，则三层共有扇面形石板(不含天心石) (　　)

 (　　)

A．3699块 B．3474块 C．3402块 D．3339块

**【答案】**C

解析：设第*n*环天石心块数为，第一层共有*n*环，

则是以9为首项，9为公差的等差数列，，

设为的前*n*项和，则第一层、第二层、第三层的块数分

别为，因为下层比中层多729块，

所以，

即

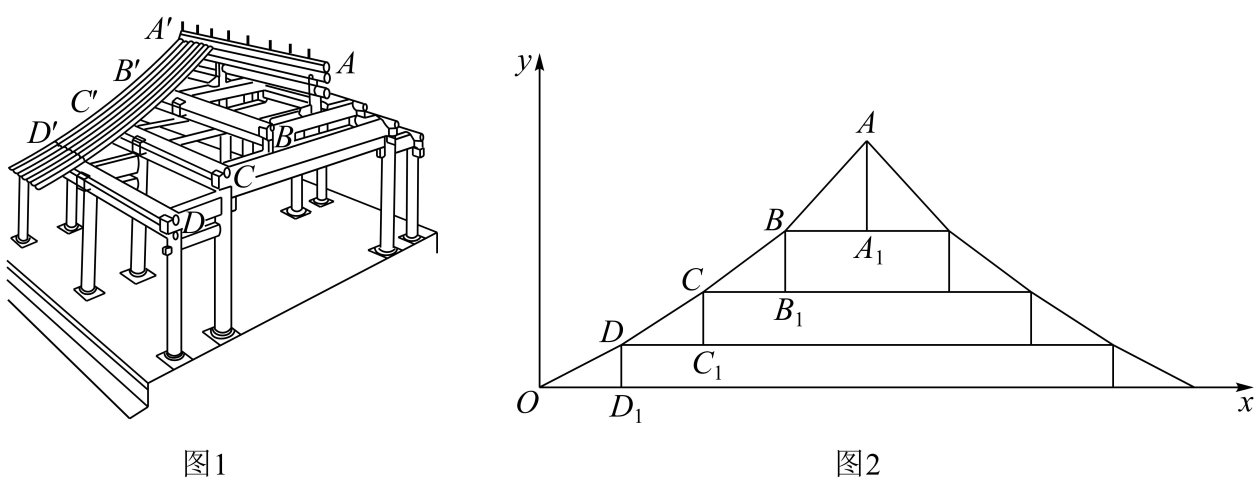
即，解得，

所以．

故选：C

【点晴】本题主要考查等差数列前*n*项和有关的计算问题，考查学生数学运算能力，是一道容易题．

2．(2022新高考全国II卷·第3题)图1是中国古代建筑中的举架结构，是桁，相邻桁的水平距离称为步，垂直距离称为举，图2是某古代建筑屋顶截面的示意图．其中是举，是相等的步，相邻桁的举步之比分别为．已知成公差为0．1的等差数列，且直线的斜率为0．725，则 (　　)

 (　　)

A．0．75 B．0．8 C．0．85 D．0．9

**【答案】D**

解析：设，则，

依题意，有，且，

所以，故． 故选 D．

3．(2021高考北京·第6题)《中国共产党党旗党徽制作和使用的若干规定》指出，中国共产党党旗为旗面缀有金黄色党徽图案的红旗，通用规格有五种．这五种规格党旗的长(单位:cm)成等差数列，对应的宽为(单位:cm),且长与宽之比都相等，已知，，，则

A．64 B．96 C．128 D．160

【答案】C

解析：由题意，五种规格党旗的长(单位:cm)成等差数列，设公差为，

因为，，可得，

可得，

又由长与宽之比都相等，且，可得，所以．

故选：C．

4．(2018年高考数学北京(理)·第4题)“十二平均律”是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为这个理论的发展做出了重要贡献．十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于．若第一个单音的频率为，则第八个单音的频率为 (　　)

*A*． *B*． *C*． *D*．

**【答案】**D

解析：单音的频率构成以为首项，为公比的等比数列，则．

5．(2017年高考数学课标Ⅱ卷理科·第3题)我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：“远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？”意思是：一座7层塔共挂了381盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的2倍，则塔的顶层共有灯 (　　)

A．1盏 B．3盏 C．5盏 D．9盏

**【答案】** B

【**解析**】**解法一：常规解法**

一座7层塔共挂了381盏灯，即；相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的2倍，即

，塔的顶层为；由等比前项和可知：，解得

．

**解法二：边界效应**

等比数列为递增数列，则有，∴，解得，∴ ．

**二、填空题**

1．(2023年北京卷·第14题) 我国度量衡的发展有着悠久的历史，战国时期就已经出现了类似于砝码的、用来测量物体质量的“环权”．已知9枚环权的质量(单位：铢)从小到大构成项数为9的数列，该数列的前3项成等差数列，后7项成等比数列，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；数列所有项的和为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**①． 48 ②． 384

解析：方法一：设前3项的公差为，后7项公比为，

则，且，可得，

则，即，可得，

空1：可得，

空2：

方法二：空1：因为为等比数列，则，

且，所以；

又因为，则；

空2：设后7项公比为，则，解得，

可得，

所以．

故答案为：48；384．

2．(2021年新高考Ⅰ卷·第16题)某校学生在研究民间剪纸艺术时，发现剪纸时经常会沿纸的某条对称轴把纸对折，规格为的长方形纸，对折1次共可以得到，两种规格的图形，它们的面积之和，对折2次共可以得到，，三种规格的图形，它们的面积之和，以此类推，则对折4次共可以得到不同规格图形的种数为\_\_\_\_\_\_；如果对折次，那么\_\_\_\_\_\_．

**【答案】** 5 

解析:(1)对折次可得到如下规格：，，，，，共种；

(2)由题意可得，，，，，，

设，

则，

两式作差得

，

因此，,故答案为 ；．

# 题型七：数列的综合应用

**一、选择题**

1．(2023年北京卷·第10题)已知数列满足，则 (　　)

A．当时，为递减数列，且存在常数，使得恒成立

B．当时，为递增数列，且存在常数，使得恒成立

C．当时，为递减数列，且存在常数，使得恒成立

D．当时，为递增数列，且存在常数，使得恒成立

**【答案】**B

解析：法1：因为，故，

对于A ，若，可用数学归纳法证明：即，

证明：当时，，此时不等关系成立；

设当时，成立，

则，故成立，

由数学归纳法可得成立．

而，

，，故，故，

故为减数列，注意

故，结合，

所以，故，故，

若存在常数，使得恒成立，则，

故，故，故恒成立仅对部分成立，

故A不成立．

对于B，若可用数学归纳法证明：即，

证明：当时，，此时不等关系成立；

设当时，成立，

则，故成立即

由数学归纳法可得成立．

而，

，，故，故，故为增数列，

若，则恒成立，故B正确．

对于C，当时， 可用数学归纳法证明：即，

证明：当时，，此时不等关系成立；

设当时，成立，

则，故成立即

由数学归纳法可得成立．

而，故，故为减数列，

又，结合可得：，所以，

若，若存在常数，使得恒成立，

则恒成立，故，的个数有限，矛盾，故C错误．

对于D，当时， 可用数学归纳法证明：即，

证明：当时，，此时不等关系成立；

设当时，成立，

则，故成立

由数学归纳法可得成立．

而，故，故为增数列，

又，结合可得：，所以，

若存在常数，使得恒成立，则，

故，故，这与*n*的个数有限矛盾，故D错误．

故选：B．

法2：因为，

令，则，

令，得或；

令，得；

所以在和上单调递增，在上单调递减，

令，则，即，解得或或，

注意到，，

所以结合的单调性可知在和上，在和上，

对于A，因为，则，

当时，，，则，

假设当时，，

当时，，则，

综上：，即，

因为在上，所以，则为递减数列，

因为，

令，则，

因为开口向上，对称轴为，

所以在上单调递减，故，

所以在上单调递增，故，

故，即，

假设存常数，使得恒成立，

取，其中，且，

因为，所以，

上式相加得，，

则，与恒成立矛盾，故A错误；

对于B，因为，

当时，，，

假设当时，，

当时，因为，所以，则，

所以，

又当时，，即，

假设当时，，

当时，因为，所以，则，

所以，

综上：，

因为在上，所以，所以为递增数列，

此时，取，满足题意，故B正确；

对于C，因为，则，

注意到当时，，，

猜想当时，，

当与时，与满足，

假设当时，，

当时，所以，

综上：，

易知，则，故，

所以，

因为在上，所以，则为递减数列，

假设存在常数，使得恒成立，

记，取，其中，

则，

故，所以，即，

所以，故不恒成立，故C错误；

对于D，因为，

当时，，则，

假设当时，，

当时，，则，

综上：，

因为在上，所以，所以为递增数列，

因为，

令，则，

因为开口向上，对称轴为，

所以在上单调递增，故，

所以，

故，即，

假设存在常数，使得恒成立，

取，其中，且，

因为，所以，

上式相加得，，

则，与恒成立矛盾，故D错误．

故选：B．

2．(2020年浙江省高考数学试卷·第7题)已知等差数列{*an*}的前*n*项和*Sn*，公差*d*≠0，．记*b*1=*S*2，*bn+*1=*Sn+*2–*S*2*n*，，下列等式不可能成立的是 (　　)

A．2*a*4=*a*2+*a*6 B．2*b*4=*b*2+*b*6 C． D．

**【答案】**D

解析：对于A，因为数列为等差数列，所以根据等差数列的下标和性质，由可得，，A正确；

对于B，由题意可知，，，

∴，，，．

∴，．

根据等差数列的下标和性质，由可得，B正确；

对于C，，

当时，，C正确；

对于D，，，

．

当时，，∴即；

当时，，∴即，所以，D不正确． 故选：D

3．(2022高考北京卷·第6题)设是公差不为0的无穷等差数列，则“为递增数列”是“存在正整数，当时，”的 (　　)

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C充分必要条件D．既不充分也不必要条件

**【答案】**C

解析:设等差数列的公差为，则，记为不超过的最大整数．

若为单调递增数列，则，

若，则当时，；若，则，

由可得，取，则当时，，

所以，“是递增数列”“存在正整数，当时，”；

若存在正整数，当时，，取且，，

假设，令可得，且，

当时，，与题设矛盾，假设不成立，则，即数列是递增数列．

所以，“是递增数列”“存在正整数，当时，”．

所以，“是递增数列”是“存在正整数，当时，”的充分必要条件．

故选,C．

4．(2020年高考课标Ⅱ卷理科·第11题)0-1周期序列在通信技术中有着重要应用．若序列满足，且存在正整数，使得成立，则称其为0-1周期序列，并称满足的最小正整数为这个序列的周期．对于周期为的0-1序列，是描述其性质的重要指标，下列周期为5的0-1序列中，满足的序列是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**C

解析：由知，序列的周期为*m*，由已知，，



对于选项A，



，不满足；

对于选项B，

，不满足；

对于选项D，

，不满足；

故选：C

【点晴】本题考查数列的新定义问题，涉及到周期数列，考查学生对新定义的理解能力以及数学运算能力，是一道中档题．

5．(2023年全国乙卷理科·第10题)已知等差数列的公差为，集合，若，则 (　　)

A．－1 B． C．0 D．

**【答案】**B

解析：依题意，等差数列中，，

显然函数的周期为3，而，即最多3个不同取值，又，

则在中，或，

于是有，即有，解得，

所以，．

故选：B

**二、填空题**

1．(2018年高考数学江苏卷·第14题)已知集合，．将的所有元素从小到大依次排列构成一个数列．记为数列的前*n*项和，则使得成立的*n*的最小值为 ．

**【答案】**27

解析：设，则＝

＝＝

由得，，所以，即．

所以只需研究是否有满足条件的解，此时，

＝＝，

，*m*为等差数列的项数，且*m*＞16．

由＞，＞0，所以，，

所以满足条件的最小值为27．